

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

應用灰色理論構建房貸證券評選與評價模式

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC91-2416-H-263-002-

執行期間：91年12月01日至92年07月31日

執行單位：致理技術學院財務金融系(科)

計畫主持人：楊適仔

計畫參與人員：楊謹先

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 92 年 10 月 29 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫 成果報告
 期中進度報告

應用灰色理論構建房貸證券評選與評價模式

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 91 - 2416 - H - 263 - 002 -

執行期間：2002 年 12 月 01 日至 2003 年 07 月 31 日

計畫主持人：楊適仔

共同主持人：

計畫參與人員：楊謹先

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- 赴國外出差或研習心得報告一份
- 赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：致理技術學院財務金融系

中 華 民 國 九 十 二 年 七 月 三 十 一 日

摘要

本研究運用灰色理論，建構一個房貸證券評選與評價模式，找出影響逾期還款、違約及提前還款之因素，並以此來篩選房貸證券中之房貸客戶，此外房貸證券之各期現金流量進行預測。本研究之主要研究結果如下：

- (一) 本研究以邏輯迴歸(logistic regression model)，對影響房貸異常還款及還款狀態轉移之因素進行分析。發現台灣房貸市場中，影響房貸戶逾期、違約及提前還款之因素包括：房貸戶之收入、教育程度、性別、職業、婚姻狀況及服務年資。
- (二) 本研究運用所找出之影響房貸異常還款因素及灰色關聯分析，構建房貸證券之房貸客戶評選模式，替金融機構篩選房貸證券中之房貸戶。
- (三) 本研究以灰色理論中之灰色預測法(Grey forecasting)來預測各房貸證券各期之現金流量，並以此構建房貸證券評價模式。

本文研究結果可提供金融機構房貸證券發行部門經理人，作為訂定房貸證券價格之參考。

關鍵詞：信用風險、房貸、灰色理論、房貸證券

Abstract

This paper applies Grey theory to construct a new assessment and valuation model. The main results as follows:

1. This paper applies the logistic regression model to analyze the influence of factors on abnormal payment. Analytical results indicate that the following factors are significant in explaining abnormal payments: educational level, marital status, loan amount, loan-to-value ratio, loan source, and loan status.
2. This paper applies a novel approach, grey relational analysis, to assess home mortgage applications and pick out appropriate home mortgage applications into mortgages backed securities (MBS) pools.
3. This paper develops a novel forecasting model Grey forecasting to construct valuation of mortgage backed securities (MBS), capable of predicting the cash flows of mortgage backed securities (MBS) .

Taiwanese financial institutions can use the results from this paper when pricing the prices for mortgage backed securities (MBS) .

Keywords : Credit Risk, Mortgage, Grey Theory, Mortgage Backed Securities (MBS)

報告內容

■ 前言

台灣地區數十年來的經濟發展，使得不動產價格居高不下，造成購屋者極大的負擔，購屋者大多自有資金不足，須向金融機構借貸以達成購屋之目的。購屋者對金融機構提供之購屋貸款相當依賴。在金融機構方面，依據中華民國台灣地區金融統計月報(民國 91 年 9 月)指出，截至 91 年 6 月底，銀行的放款業務中，對個人之放款總金額約 4 兆 5,765 億元，占總放款金額之 40%，其中貸款目的為購置住宅者之金額約 2 兆 5,508 億元，占個人放款總金額之 55.7%。由此可見，個人購屋貸款為銀行非常重要之業務。

民國 60 年代、70 年代，因房價不斷增值、貸款成數較低，銀行承作個人購屋貸款之風險相對較低，銀行即使不做好風險管理，也能有相當的利潤；自民國 80 年起，隨著新銀行及壽險業者陸續加入這個市場，個人購屋貸款業務競爭更形劇烈，金融機構平均可賺取的利差，在民國 70 年第一季為 4.8%，至民國 90 年第二季已降為 3.2%，加上近幾年來不動產景氣持續低迷，造成金融機構逾期放款激增，金融機構承作房貸的業務風險也就不斷增加。中央銀行網站金融統計月報資料指出，本國銀行民國 91 年第二季全體放款總額約為 13.6 兆元，逾期未償還本息占全體放款之比率為 7.48%，創歷史新高紀錄，若加計應予觀察放款，問題放款總額將達 1.4 兆元以上，實際逾放比可能高達 10% 以上，其中以個人房貸戶逾期未償還的情況，顯著較以往嚴重。逾期放款比例過高，一直是金融機構欲積極改善之項目，金融機構可透過不良放款讓售予資產管理公司 (AMC) 或與投資銀行合作發行房貸證券 (MBS) 等方式來改善逾放。台灣地區的金融機構發行房貸證券之經驗不足，與國外投資銀行合作為目前各發行銀行所採取的策略，但全面移植國外房貸證券評價模式是否恰當，非常值得商榷。因此，台灣金融機構需要一套完整的房貸證券評選與評價模式，來協助房貸證券發行部門經理人，找出影響房貸戶逾期還款、違約不還款及提前還款因素，並以此評選出各類型房貸證券之房貸戶，同時我們運用此模式，來推估各類型房貸證券之現金流量，以便進一步協助房貸證券發行部門的經理人對各類型房貸證券進行合理之評價。

■ 研究目的

如今台灣地區金融機構發行房貸證券之經驗相當不足，提出一個房貸證券評選與評價模式，協助房貸證券發行部門經理人做好房貸證券評選與評價之決策，已是刻不容緩的事。本文運用灰色理論，構建房貸證券評選與評價模式，以此模式將已核貸之房貸戶，依照各類型房貸證券之特性加以篩選分類於各房貸證券之投資組合中，同時預測各類型房貸證券之現金流量，以方便房貸證券發行部門經理人為旗下的房貸證券訂出合理的價格。

具體而言，本文之研究問題如下：

1. 探討台灣房貸市場中，影響房貸戶逾期還款、違約及提前還款之重要因素。
2. 探討如何依據房貸戶之還款特性，將其分派到即將發行的房貸證券中。

3. 探討如何有效預測房貸證券之現金流量。
4. 探討如何訂定房貸證券之合理價格。

為了能解決上述之研究問題，本文以灰色理論為基礎建構房貸證券評選及評價模式，並提出各種評選及評價的方法，期望能達成下列目的：

1. 找出台灣房貸市場中，影響房貸戶還款情形之重要因素，以作為評選及分派房貸戶於各房貸證券之基準。
2. 提出適用於台灣房貸證券之評選方法。
3. 提出有效預測房貸證券現金流量之方法，作為訂定房貸證券價格之參考。
4. 提出合理之房貸證券價格訂定方法。

■ 文獻探討

本文首先說明台灣地區房貸市場現況，緊接著探討房貸異常還款之相關文獻，並歸納出影響房貸異常還款之常見因素，以作為建構房貸證券評選與評價模式之基礎。最後，本文探討本文使用之研究方法--灰色理論。

1. 台灣房貸市場現況

台灣之金融體制正逐步邁向自由化與國際化發展，當各項限制陸續解除後，銀行所能承作的業務已更趨多樣化，儘管金融機構不斷嘗試信用卡、小額信貸、中古車貸款等新業務，但由於房貸業務占銀行總放款金額高達 25%，而房貸業務總放款金額也由 81 年的 1 兆 2,048 億元攀升至 86 年的 2 兆 6,068 億元，且有逐年增加的趨勢，使得金融機構更加重視房貸業務經營(金融統計月報，民國 87 年)。

在台灣，金融機構辦理房貸業務主要分為徵信、授信、追蹤、考核(覆審)等四大階段，房貸戶向金融機構申請貸款時，首先與授信單位聯絡，授信單位經初審，認為符合基本原則可受理申貸後，即將申請資料轉送徵信單位辦理進一步徵信調查。而後，授信單位以徵信單位調查報告之結果，作為授信之主要依據。各房貸戶申貸案件經審核決定承貸後，則由管理部門或稽核單位覆審各項手續是否符合有關規定，並由授信單位對授信用途及授信條件等加以追蹤考核。目前金融機構之組織架構不同，有些金融機構之承貸與否的決定權由分支機構掌控，有些則由總公司一手主導。但不論如何，金融機構為了使放款標準一致，通常會制定授信標準及放款基本利率加碼細則等管理辦法，以供授信人員遵循與參考。

金融機構制定房地產放款授信原則時，一般以 5C 為基礎，即房貸戶的特性(character)、還款能力(capacity)、資本(capital)、抵押品(collateral)、總體經濟環境(conditions) (Savery, 1977; Galitz, 1983)。所謂房貸戶的特性，包括：房貸戶之品德、婚姻狀況、還款意願等；還款能力包括：房貸戶之所得、所得來源、所得穩定度等；資本包括：對房貸戶目前之財富狀況及未來財富狀況之評估；抵押品是指房貸戶所提供之不動產擔保，金融機構必須對擔保品確實鑑價，以確保擔保品足夠還清貸款金額；總體經濟環境是指總體經濟環境趨勢對房貸戶的衝擊，當經濟不景氣時，失業率上升，房貸戶的償還能力可能因此降低。當房屋貸款順利貸放後，金融機構開始追蹤房貸戶的還款情形。一般而言，房貸戶的財務狀況很少一夕之間變壞，通常房貸戶償債能力低落時會有一些不良徵兆。Coffman (1986) 提出對貸款客戶風險行為預測之方法，強調對過去 12 個月逾期還款行為研究之重要性。現在金

融機構多數強調貸款申請時的審核動作，對還款行為則缺乏有效管理及預測。因此，金融機構急需要一套方法來預測房貸戶之還款情形。

當房貸戶發生逾期還款時，金融機構通常先將之視為輕微逾期還款，金融機構通常在房貸戶逾期 7-10 天後開始展開催繳行動，催繳階段可分為超過正常還款日 30 天以內、31-60 天、61-90 天及 90 天以上四種。一般而言，輕微逾期還款可能因為房貸戶一時資金週轉不靈或健忘所造成，情況不致嚴重到導致違約。Gardner and Mills (1989) 發現，有逾期還款經驗之借款者的違約機率，是按時還款者的二倍。因此，房貸戶有逾期還款情形發生時，金融機構應儘快了解房貸客戶逾期還款原因、目前財務狀況及擔保品現值，以避免房貸戶發生違約行為造成金融機構之呆帳損失。當逾期還款超過 90 天以上時，這種逾期還款案件會進入違約處理程序，金融機構會考量可能產生的違約成本與房貸戶未清償的餘額。當違約成本過高時，金融機構會與房貸戶協商、延長貸款期限，或只先付利息，並暫停本金攤還，幫忙客戶賣房子，協助房貸戶度過難關。如果金融機構評估違約成本是所有方案中最低時，則會直接將擔保品讓法院拍賣來收回未清償之餘額。

直接將擔保品讓法院拍賣來收回未清償的餘額是最好的嗎？目前金融機構逾放比節節升高，逾放屋數量龐大，法院處理逾放屋速度緩慢，有時經過三拍仍未拍定，使回收之金額大幅降低。此時，金融機構通常會撤回法拍，自行承受逾放屋，俟未來景氣好轉時再賣出。此外，政府為了降低銀行逾放比，加速逾放屋之處理，鼓勵成立資產管理公司 (Asset Management Company; AMC) 來承受逾放屋及逾期放款。同時，鼓勵金融機構發行房貸證券，以強化金融機構之資產及增加投資大眾投資機會與管道。

2. 房貸異常還款相關研究

房貸異常還款是指房貸戶未按期繳交應付金額，包括：逾期還款、違約及提前還款等。以下本文將分別探討逾期還款、違約及提前還款之相關研究。

2.1 逾期還款相關研究

有關房貸逾期還款的單獨研究較少，多數與房貸違約之研究一起探討，主要原因在於違約的產生對金融機構而言是相當嚴重，可能會造成呆帳損失，而逾期還款僅會造成催收成本的增加，較不嚴重。同時，逾期還款多數為暫時性資金調度不佳所造成的，較難建構適當模式來討論 (Quercia and Stegman, 1992)。

有關房貸戶的特性對逾期還款影響之研究有：Von Furstenberg and Green (1974)認為，借款人所得對逾期還款之行為有顯著影響，研究中發現借款人所得增加將會使得逾期付款可能性下降。除了借款人所得外，所得變動也可能對逾期還款行為有影響。一般而言，學者都以借款人的職業來預測所得變動，Herzog and Earley (1970) 發現，某些職業所得變動較大者，其逾期還款的風險相對較高。Canner, Gabriel and Woolley (1991) 指出借款人年齡愈大，其逾期還款的風險愈小。此外，他們在研究中也發現擁有較多動產、撫養親屬較少之借款人，正常還款機率較高；反之，單身或黑人之借款人，逾期還款的機會相對增加。

有關抵押品特性對逾期還款影響之研究有：Von Furstenberg and Green (1974) 曾針對貸款成數、貸款年齡、貸款期限及擔保品坐落地點等變數，對逾期還款行為所產生之影響進行研究。在研究中發現郊區住宅之逾期還款風險較市區低 47%，因郊區的房子較為高級。Gardner and Mills (1989) 證實屋齡、貸款年齡、抵押品座落位置等對逾期還款有顯著影響。

Campbell and Dietrich (1983) 研究結果顯示貸款年齡、貸款成數、利率對逾期還款有顯著影響。

有關總體經濟環境對逾期還款影響之研究有：Gardner and Mills (1989) 與 Campbell and Dietrich (1983) 之研究均證實，失業率對逾期還款之情形有顯著影響。

2.2 違約相關研究

有關房貸戶特性對違約影響之研究有：Von Furstenberg and Green (1974) 認為，借款人所得對違約有顯著影響，而借款人所得下降所造成的違約風險增加，其實可能解釋為借款人所得少，所能付出的自備款較少，貸款成數大，因而違約風險自然增加。Ingram and Frazier (1982)指出，借款者性別、種族、婚姻等，對違約發生也會有顯著影響。此外，Vandell and Thibodeau (1985) 認為，借款人的個人屬性有助於解釋許多借款者在房屋權益為零或負數時，仍不願意放棄繳交貸款，仍不願意違約。Capozza, Kazarian and Thomson (1997) 認為地位高的人，其違約成本較高，怕有損信用，較不願意違約。Foster and Van Order (1984) 與 Quigley and Van Order (1995) 均證實離婚對違約比率有所影響。

有關抵押品特性對違約影響之研究有：Foster and Van Order (1984) 證實，貸款成數、貸款年齡、房價變動對違約風險有顯著影響。Campbell and Dietrich (1983) 指出，貸款年齡、貸款成數、利率對違約有顯著影響。Vandell and Thibodeau (1985) 與 Foster and Van Order (1984) 均認為，當利率上漲時，違約風險相對增加，同時提前還款的機率也會增加。Smith, Sanchez and Lawrence (1996) 認為，貸款成數、房屋座落地點、貸款金額等變數對違約有顯著影響。Smith, Sanchez and Lawrence 發現，貸款成數越高，違約機率越高；貸款金額愈大，違約還款機率也愈大。Capozza, Kazarian and Thomson (1997) 指出，除了考慮傳統違約所考慮的影響因素外，多考慮房租、利率變動及再融資對違約可能造成的影響。

有關總體經濟環境對違約影響之研究有：Campbell and Dietrich (1983)、Foster and Van Order (1984)、Clauret (1987)、Gardner and Mills (1989) 與 Thomson (1984) 均證實，失業率對違約之情形有顯著影響。Smith, Sanchez and Lawrence (1996) 研究結果顯示，利率對違約有顯著影響，利率變動越大，違約機率越高。

2.3 提前還款相關研究

有關提前還款的研究以利率變動影響提前還款之研究最普遍，如：Vandell and Thibodeau (1985) 指出當利率上漲時，提前還款比率增加。Green and Shoven (1986) 證實固定利率的房貸，其提前還款的行為對利率改變有高度敏感性。Campbell and Dietrich (1983) 也證實利率對提前還款行為有顯著影響。Cunningham and Capone (1990) 得到變動利率的貸款比固定利率的貸款有更高的違約風險及提前還款機率。Smith, Sanchez and Lawrence (1996) 指出，貸款成數、房屋座落地點、貸款金額、利率等變數，對提前還款行為有顯著影響。且貸款成數越高，提前還款機率越低；貸款金額愈大，提前還款機率也愈大；利率變動越大，提前還款機率越大。

3. 灰色理論

灰色理論是由 Deng (1982) 提出，該理論是針對在資訊不完整之研究系統中，以關聯分析、模型構建、預測及決策等方法，來探討及了解系統之全貌。灰色理論應用範圍非常廣，主要特色為能有效處理不確定性、多變量性輸入及離散等數據。以下本文將分別說明

灰色關聯分析及灰色預測。

3.1 灰色關聯分析

灰色關聯分析是灰色理論中，分析離散數列間相關程度的一種測度方法。以下我們將詳細介紹灰色關聯分析之計算過程，如下所示：

我們令 $x_0 = (x_0(1), x_0(2), \Lambda, x_0(n))$ 為參考數列， $x_i = (x_i(1), x_i(2), \Lambda, x_i(n))$ 為比較數列，其中 $i = 1, 2, \Lambda, m$ 。

(一) 數據處理

計算灰關聯度前，數列中之數據必須先行處理。令 $\max_k x_i(k)$ 為 $x_i(k)$ 中之最大值， $\min_k x_i(k)$ 為 $x_i(k)$ 中之最小值， $x_{ob}(k)$ 為 $x_i(k)$ 中之特定目標值。

針對不同情境，有下列三種數據處理方法可供應用：

(1) 上限效果之測定(upper-bound effectiveness measuring；larger-the-better)

$$x_i^*(k) = \frac{x_i(k) - \min_k x_i(k)}{\max_k x_i(k) - \min_k x_i(k)} \quad (1)$$

(2) 下限效果之測定(lower-bound effectiveness measuring；smaller-the-better)

$$x_i^*(k) = \frac{\max_k x_i(k) - x_i(k)}{\max_k x_i(k) - \min_k x_i(k)} \quad (2)$$

(3) 特定目標之測定(moderate effectiveness measuring；nominal-the-best)

若 $\min_k x_i(k) \leq x_{ob}(k) \leq \max_k x_i(k)$ ，則

$$x_i^*(k) = \frac{|x_i(k) - x_{ob}(k)|}{\max_k x_i(k) - \min_k x_i(k)} \quad (3)$$

(二) 計算灰關聯度

灰關聯度是指兩個數列間接近的程度，在進行灰關聯度計算時，必須先確定參考數列，然後比較其他數列與參考數列的接近程度，而參考數列 x_0 與比較數列 x_i 之灰關聯度的計算方式有相當多種，以下我們將分別介紹傳統的灰關聯度計算過程及 Wu and Chen (1999) 所提之灰關聯度計算過程。

(1) 傳統灰關聯度之計算

比較數列 $x_i = (x_i(1), x_i(2), \Lambda, x_i(n))$ 與參考數列 $x_0 = (x_0(1), x_0(2), \Lambda, x_0(n))$ 之數據經過處理後，首先計算灰關聯係數 $\gamma(x_0(k), x_i(k))$ ，其代表各比較數列 $x_i = (x_i(1), x_i(2), \Lambda, x_i(n))$ 與參考數列 $x_0 = (x_0(1), x_0(2), \Lambda, x_0(n))$ 在第 k 個因子的關聯係數值，定義如下所示：

$$\gamma(x_0(k), x_i(k)) = \frac{\Delta_{\min} + \zeta \Delta_{\max}}{\Delta_{0i}(k) + \zeta \Delta_{\max}}$$

其中 $i = 1, 2, \Lambda, m$ ； $k = 1, 2, \Lambda, n$ ； $\Delta_{0i}(k) = |x_0(k) - x_i(k)|$ ； $\Delta_{\max} = \max_i \max_k \Delta_{0i}(k)$ ；

$\Delta_{\min} = \min_i \min_k \Delta_{0i}(k)$ ； $\zeta \in [0, 1]$ ，一般取 $\zeta = 0.5$ 。

上述比較數列 $x_i = (x_i(1), x_i(2), \Lambda, x_i(n))$ 與參考數列 $x_0 = (x_0(1), x_0(2), \Lambda, x_0(n))$ 共有 n 個因子，當分別求得這 n 個因子的灰關聯係數後，再乘上各個因子之權重，可得灰關聯度 Γ_{0i} ，即

$$\Gamma_{0i} = \sum_{k=1}^n \beta_k \gamma(x_0(k), x_i(k))$$

其中 β_k 代表第 k 個因子之權重，且 $\sum_{k=1}^n \beta_k = 1$ 。

(2) Wu and Chen 灰關聯度之計算

參考數列 $x_0 = (x_0(1), x_0(2), \Lambda, x_0(n))$ 與比較數列 $x_i = (x_i(1), x_i(2), \Lambda, x_i(n))$ 之灰關聯度 Γ_{0i} 之定義如下所示(Wu and Chen, 1999)：

$$\Gamma_{0i} = \frac{\Delta_{\min} + \Delta_{\max}}{\Delta' + \Delta_{\max}} \quad (4)$$

其中 $i = 1, 2, \Lambda, m$ ； $k = 1, 2, \Lambda, n$ ； $\Delta' = \sqrt{\sum_{k=1}^n \left(\frac{\Delta_{0i}(k)}{n^2} \right)^2}$ ； $\Delta_{0i}(k) = |x_0(k) - x_i(k)|$ ；

$\Delta_{\max} = \max_i \max_k \Delta_{0i}(k)$ ； $\Delta_{\min} = \min_i \min_k \Delta_{0i}(k)$ 。

灰關聯度有多種計算方式，傳統灰關聯度之計算方式，所求得之灰關聯度，僅可排序。若要直接以灰關聯度之值，作為評斷及篩選之依據時，我們可採用 Wu and Chen (1999) 之灰關聯度計算方式。

2.2 灰色預測

灰色理論之灰色預測模式 (Grey forecasting model ; GM) 與其他預測法最大的不同在於，灰色預測模式只須利用四點數據就可精確預測，不論等間距或非等間距都有相當高的精確度 (吳漢雄等，民國 85)。Holt's 指數模型須具有相同趨勢之數據 10 至 15 個才可進行預測；迴歸分析需要具有 30 個以上之同趨勢數據方可預測；Box and Jenkins 之 ARIMA 需 50 個以上的數據才可精確預測。因此，在資訊不完整、數據少之情形下，我們可以考慮以灰色預測模式來進行預測。

灰色預測模式為灰色系統理論之核心。灰色系統理論將所有的變量視為一定範圍內變化之灰量，灰色預測模式是藉由蒐集雜亂無章之原始數據，經過處理，找出內在的規律性。灰色預測模式之建立是經由將處理過之數列轉化為微分方程。以下我們將說明本文所使用灰色預測模式 GM(1,1) 之建構方法 (Deng, 1989)。GM (1,1) 模式之一階微分方程為：

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \quad (5)$$

其中 t 為灰色預測模式中之自變數； a 及 b 為模式中之特定參數； a 為發展係數； b 為灰色控制變數； a 與 b 須求算出來。假設原始數列 $x^{(0)}$ 為：

$$x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \Lambda, x^{(0)}(n)) \quad (6)$$

當我們建構灰色預測模式時，需要先對原始數列 $x^{(0)}$ 作一次累加生成 (accumulated generating operation ; AGO)，以提供模式建構之中間信息，弱化原始數列之隨機性。我們定義 $x^{(1)}$ 為 $x^{(0)}$ 的一次 AGO 數列，即

$$x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \Lambda, x^{(1)}(n)) \quad (7)$$

$$= \left(\sum_{t=1}^1 x^{(0)}(t), \sum_{t=1}^2 x^{(0)}(t), \Lambda, \sum_{t=1}^n x^{(0)}(t) \right)$$

由 (5)式、(7)式及最小平方法 (least square method)，可求得係數 \hat{a} 為：

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y_N \quad (8)$$

其中累加矩陣 B 為：

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)] & 1 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)] & 1 \end{bmatrix}$$

常數項向量 Y_N 為：

$$Y_N = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \Lambda, x^{(0)}(n)]^T$$

將所求得之係數 a 代入微分方程，求解 (5) 式後，可得近似關係為：

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-at} + \frac{b}{a} \quad (9)$$

其中 $\hat{x}^{(1)}(1) = \hat{x}^{(0)}(1)$ ，將 (9) 式作一次累減生成 (inverse-accumulated generating operation；IAGO)，可求得還原數列之值如 (10) 式所示。

$$\hat{x}^{(0)}(t+1) = \hat{x}^{(1)}(t+1) - \hat{x}^{(1)}(t) \quad (10)$$

令 $t = 1, 2, \Lambda, n$ ，得還原數列 $\hat{x}^{(0)}$ 為：

$$\hat{x}^{(0)} = (\hat{x}^{(0)}(1), \hat{x}^{(0)}(2), \Lambda, \hat{x}^{(0)}(n+1))$$

經由上述文獻探討，我們已了解台灣地區房貸市場現況，探討房貸異常還款相關文獻後，我們對房貸還款情形及房貸異常還款因素，有深入了解，可作為建構房貸證券評選與評價模式之基礎。最後，本章探討灰色理論相關文獻。對灰色理論已有深入瞭解。本文將以灰色理論，來建構房貸證券評選與評價模式。

■ 研究方法與結果

在本研究構建房貸證券評選與評價模式之前，首先說明台灣地區房貸還款模式。本研究將房貸戶還款情形分為以下七種狀態：

狀態 1：正常還款(current or delinquent 1-7 days)

狀態 2：逾期還款 8-30 天(delinquent 8-30 days)

狀態 3：逾期還款 31-60 天(delinquent 31-60 days)

狀態 4：逾期還款 61-90 天(delinquent 61-90 days)

狀態 5：違約(defaulted or delinquent 90+ days)(進入法拍程序或逾期還款時間超過 90 天)

狀態 6：提前部分還款(prepayment)

狀態 7：還清(paid off)(放款餘額到期還清或提前還清)

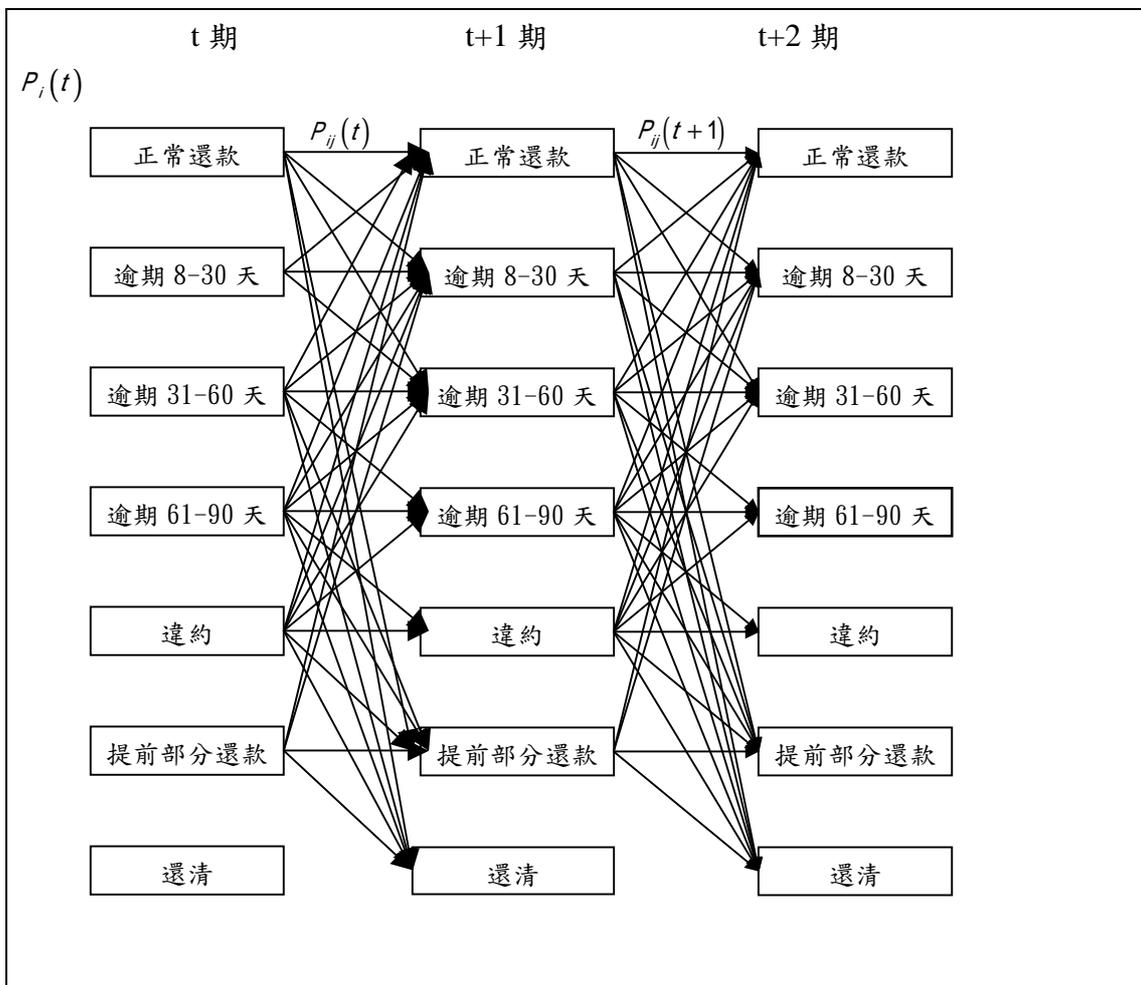


圖 1 台灣地區房貸還款模式

在台灣地區房貸還款模式中，狀態 1、狀態 2、狀態 3、狀態 4、狀態 5 及狀態 6 為非吸收狀態；狀態 7（還清）為吸收狀態。我們以還款狀態為狀態 1、狀態 2、狀態 3、狀態 4、狀態 5 及狀態 6 之房貸戶為研究樣本，經過一期，房貸戶之還款狀態可由狀態 1、狀態 2、狀態 3、狀態 4、狀態 5 及狀態 6 等六種狀態之一，轉移至其他狀態。狀態 7（還清）為吸收狀態，沒有任何還款狀態可自這種狀態轉出，即當房貸戶還款情形落入狀態 7（還

清)時,此房貸戶還款情形就會一直停留在該狀態。房貸戶都會被吸收狀態所吸收,即所有房貸戶最後都會還清。我們令

$P_i(t)$ = 第 t 期在還款狀態 i 之機率;

$P_{ij}(t)$ = 第 t 期在還款狀態 i , 且第 $t+1$ 期在還款狀態 j 之轉移機率。

第 $t+1$ 期在還款狀態 j 之機率,以馬可夫鏈之轉移機率表示為

$$P_j(t+1) = \sum_{i=1}^6 P_i(t)P_{ij}(t) \quad (11)$$

以上台灣地區房貸還款模式,為建構房貸證券評選與評價模式之基礎。本文構建之房貸證券評選與評價模式包含三部分:第一部分為影響房貸戶異常還款因素之探討;第二部分為房貸證券評選模式;第三部分為房貸證券評價模式。茲分述如下:

(一) 房貸戶異常還款因素之探討。

本研究以邏輯迴歸方法,來分析房貸戶異常還款之因素。

首先,我們令 π_i 表示房貸戶在還款過程中,進入狀態 i 之機率; X 為解釋房貸異常還款之解釋變數向量,以邏輯迴歸模式表示為:

$$\log\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right) = f_i(X) \quad (12)$$

其中 $f_i(X) = \alpha_i + \beta_{i,1}X_1 + \beta_{i,2}X_2 + \Lambda + \beta_{i,n}X_n$ 。

由(12)式可找出影響房貸戶異常還款之因素。(12)式中,向量 X 為解釋變數。目前有關房貸戶逾期還款及違約因素探討之相關研究及金融機構審核房貸考量之因素,大多以 5C 為準則。5C 是指房貸戶之特性、還款能力、資本、抵押品及總體經濟環境等。經由文獻討論及與金融機構抵押放款部門經理人討論後,得到下列有關影響房貸戶逾期還款及違約之因素。其中與房貸戶特性及還款能力有關的因素包括:收入、教育程度、婚姻狀態、年齡、職業及服務年資等。與抵押品有關的因素包括:抵押品價值、貸款金額、貸款成數、房屋年齡、房貸年齡及是否為首購等。與總體經濟環境有關的因素包括:失業率、利率等。但本研究認為在總體經濟環境好時,也有不良的房貸戶;總體經濟環境壞時,也會有好的房貸戶出現。且失業率為落後指標,因此,採用 Coffman(1986)與 Gardner and Mills(1989)等學者的做法,以過去還款情形來分析異常還款之產生之因素。本研究將上述各項因素進行初步檢定,刪除未顯著影響異常還款之因素,將解釋變數歸納為房貸戶特性(borrower characteristics)、抵押品特性(mortgage and property characteristics)、過去還款情形(payment history)等三大類共 15 個解釋變數。在表 1 中我們詳述解釋變數之定義。

表 1 解釋變數之定義

解釋變數名稱	解釋變數定義
1. 房貸戶特性(Borrower characteristics)	
收入	借款人平均月收入
教育程度	借款人教育程度 依教育程度高低，由低至高分別給予 1 分至 6 分的評分。
性別	借款人性別 1 男性 2 女性
婚姻狀態	借款人婚姻狀態 1 已婚 2 未婚
職業	借款人職業風險分級 依風險的高低分為 7 級，由低至高分別給予 1 分至 7 分的風險評分。 1 軍公教人員 2 專業人員(律師、會計師、醫師等) 3 固定薪授薪人員 4 非固定薪授薪人員 5 中小企業主 6 自營業主 7 其它(無業、學生、家庭主婦等)
服務年資	借款者在任職企業內服務年資
2. 貸款及抵押品特性(Mortgage and property characteristics)	
貸款成數	貸款成數(貸款金額 / 抵押品鑑定價)
貸款金額	貸款金額
貸款案件來源	貸款案件來源風險分級；依風險高低分為 5 級，由低至高分別給予 1 分至 5 分的風險評分。
3. 還款情形(Payment history)	
正常還款	(正常還款期數 / 已還款期數)之比率
逾期還款 8-30 天	(逾期還款 8-30 天期數 / 已還款期數)之比率
逾期還款 31-60 天	(逾期還款 31-60 天期數 / 已還款期數)之比率
逾期還款 61-90 天	(逾期還款 61-90 天期數 / 已還款期數)之比率
違約	(逾期還款 90 天以上期數 / 已還款期數)之比率
提前部分還款	(提前部分還款期數 / 已還款期數)之比率

(二) 房貸證券評選模式。

本研究是運用灰色關聯分析，分析某一房貸戶與某一房貸證券群組之目標房貸戶之關聯程度，以關聯程度做為評選房貸戶是否加入某一房貸證券群組之依據，此時所考慮之變數，可採用第一部分所找出之影響房貸戶異常還款之因素。我們將每一房貸戶之資料以數列方式表示， $x_i = (x_i(1), x_i(2), \Delta, x_i(n))$ ，其中 $x_i(k)$ 表示第 i 戶房貸戶之第 k 個變數值；房貸群組之目標房貸戶之值做為參考數列，以數列表示， $x_0 = (x_0(1), x_0(2), \Delta, x_0(n))$ ，其中 $x_0(1)$ 表示目標房貸戶第 1 個變數值。我們分別計算參考數列 x_0 與比較數列 x_i 之關聯度 Γ_{0i} ，當灰關聯度 Γ_{0i} 愈高，表示該房貸戶與目標房貸戶愈相似，這也表示該房貸戶很適合加入此房貸證券群組中。我們依據灰關聯度的高低來評選出與此房貸證券發行目的相符合之房貸戶，將之加入此房貸證券群組中。我們將房貸證券評選模式之步驟，整理如下所示：

步驟一：界定房貸證券評選之指標變數，並進行數據處理。

步驟二：將各房貸戶資料以數列方式表示為比較數列 x_i 。

步驟三：將房貸證券目標房貸戶資料以數列方式表示為參考數列 x_0 。

步驟四：計算灰關聯度 Γ_{0i} ，即利用(1)式~(4)式分別計算參考數列 x_0 與比較數列 x_i 之灰關聯度 Γ_{0i} 。

步驟五：依房貸證券之規模大小，訂定灰關聯度 Γ_{0i} 之臨界值 c 。

步驟六：比較步驟四所求得之灰關聯度 Γ_{0i} 與步驟五訂定之臨界值 c 。若 $\Gamma_{0i} \geq c$ ，則將此房貸戶加入此房貸證券群組中。

(三) 房貸證券評價模式。

本研究是以非穩定馬可夫鏈及灰色預測法發展出一個新的預測模式，來預測房貸正常還款、逾期還款、違約及提前還款之機率，並以此來構建房貸證券評價模式。

在台灣地區房貸還款狀態中，我們以 (11)式來計算每月正常還款、逾期還款、違約或提前還款之機率，在(11)式中，轉移機率 $P_{ij}(t)$ 在 t 期內是未知的，且是非穩定的。 $P_{ij}(t)$ 無法由傳統馬可夫鏈計算而得。在我們所發展出來的模式中，採用灰色預測法之 GM (1,1) 模式來預測 $P_{ij}(t)$ 。我們以 $P_{ij}(1), P_{ij}(2), \Delta$ ，及 $P_{ij}(6)$ 等六筆資料來建構灰色預測模式，並以此模式來預測 $P_{ij}(7)$ ，其他各期依此類推。當我們預測出轉移機率 $P_{ij}(t)$ 之預測值後，我們可用(11)式計算出各還款狀態之機率。例如：(11)式中之 $t=7$ ，此時 $P_i(7)$ 為已知， $P_{ij}(7)$ 之預測值也已透過 GM (1,1) 模式求得，我們便可算出 $P_j(8)$ 之預測值，即可得到第 8 期各種還款狀態之機率。其他各期還款狀態之機率也可用上述方法求得。我們將房貸戶還款狀態機率預測之步驟，整理如下所示：

步驟一：將房貸戶各期各種狀態機率 $P_i(t)$ 及轉移機率 $P_{ij}(t)$ 之數據進行處理。

步驟二：以 $P_{ij}(1), P_{ij}(2), \Lambda$ ，及 $P_{ij}(6)$ 等六筆資料來建構灰色預測模式，並以此模式來

預測 $P_{ij}(7)$ ，其過程如(5)式~(10)式所示，其他各期依此類推。

步驟三：計算各期各還款狀態之機率。即將步驟二所求得之轉移機率 $P_{ij}(t)$ 代入(11)

式，算出各期各還款狀態之機率。

當我們計算出各期各種還款狀態之機率，即可以此資料計算出該房貸證券之各期現金流量。

■ 結論與建議

本研究運用灰色理論，建構一個房貸證券評選與評價模式，找出影響逾期還款、違約及提前還款之因素，並以此來篩選房貸證券中之房貸客戶，此外房貸證券之各期現金流量進行預測。本研究之主要研究結果如下：

- (一) 本研究以邏輯迴歸(logistic regression model)，對影響房貸異常還款及還款狀態轉移之因素進行分析。發現台灣房貸市場中，影響房貸戶逾期、違約及提前還款之因素包括：房貸戶之收入、教育程度、性別、職業、婚姻狀況及服務年資。
- (二) 本研究運用所找出之影響房貸異常還款因素及灰色關聯分析，構建房貸證券之房貸客戶評選模式，替金融機構篩選房貸證券中之房貸戶。
- (三) 本研究以灰色理論中之灰色預測法(Grey forecasting)來預測各房貸證券各期之現金流量，並以此構建房貸證券評價模式。

本文研究結果可提供金融機構房貸證券發行部門經理人，作為訂定房貸證券價格之參考。

參考文獻

- [1] 中央銀行經濟研究處編，中華民國台灣地區金融統計月報，民國 87 年 3 月。
- [2] 吳漢雄、鄧聚龍、溫坤禮，灰色分析入門，台北：高立圖書有限公司，民國 85 年。
- [3] 李馨蘋，「住宅抵押貸款違約風險之實證分析」，台灣工業技術學院管理技術研究所博士論文，民國 86 年。
- [4] 陳明暉，房地產抵押，台北：書泉出版社，第四版，民國 79 年。
- [5] 鄧聚龍、郭洪，灰預測原理與運用，台北：全華科技圖書股份有限公司，民國 85 年。
- [6] Altman, E. I., "Financial Ratio Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy," *Journal of Finance*, Vol. 23, No. 3, 1968, pp.589-609.
- [7] Altman, E. I., Marco, G. and Varetto, F., "Corporate Distress Diagnosis: Comparisons Using Linear Discriminant Analysis and Neural Networks (The Italian Experience)," *Journal of Banking and Finance*, Vol. 18, 1994, pp.505-529.

- [8] Altman, E. I. and Saunders, A., "Credit Risk Measurement: Developments over the Last 20 Years," *Journal of Banking and Finance*, Vol. 21, 1998, pp. 1721-1742.
- [9] Campbell, T. S. and Dietrich, J. K., "The Determinants of Default on Insured Conventional Residential Mortgage Loans," *Journal of Finance*, Vol. 38, No. 5, 1983, pp.1569-1581.
- [10] Capozza, D. R., Kazarian, D. and Thomson, T. A., "Mortgage Default in Local Markets," *Real Estate Economics*, Vol. 25, No. 4, 1997, pp.631-655.
- [11] Clauretie, T. M., "A Note on Mortgage Risk: Default vs. Loss Rate," *Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association*, Vol. 18, No. 2, 1990, pp.202-206.
- [12] Clauretie, T. M., "The Impact of Interstate Foreclosure Cost Differences and the Value of Mortgages on Default Rates," *Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association*, Vol. 15, No. 3, 1987, pp.152-167.
- [13] Coffman, J. Y., "The Proper Role of Tree Analysis in Forecasting The Risk Behavior of Borrowers," *MDS Reports, Management Decision Systems*, Atlanta. 3, 4, 7 and 9.
- [14] Cunningham, D. F. and Capone, C. A., "The Relative Termination Experience of Adjustable to Fixed-Rate Mortgages," *Journal of Finance*, Vol. 5, No. 5, 1990, pp.1687-1703.
- [15] Cyert, R. M., Davidson, H.J. and Thompson, G. L., "Estimation of the Allowance for Doubtful Accounts by Markov Chains," *Management Sciences*, Vol. 8, 1962, pp.287-303.
- [16] Deng, J. L., "Introduction Grey System Theory," *The Journal of Grey System*, Vol. 1, No. 1, 1989, pp.1-24.
- [17] Deng, J. L., "Control Problems of Grey System," *System and Control Letters*, Vol. 1, No. 5, 1982, pp. 288-294.
- [18] Desai, V. S., Crook, J. N. and Overstreet, G. A., "A Comparison of Neural Networks and Linear Scoring Models in the Credit Environment," *European Journal of Operational Research*, Vol. 95, No. 1, 1996, pp. 24-37.
- [19] Foster, C. and Van Order, R., "A Prelude to Rational Mortgage Pricing," *Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association*, Vol. 13, No. 3, 1985, pp.279-291.
- [20] Foster, C. and Van Order, R., "An Option-based Model of Mortgage Default," *Housing Finance Review*, Vol. 3, No. 4, 1984, pp. 351-372.
- [21] Frydman, H., Kallberg, J. G. and Kao, D. L., "Testing the Adequacy of Markov Chains and Mover-stayer Model as Representations of Credit Behavior," *Operations Research*, Vol. 33, 1985, pp.1203-1214.
- [22] Galitz, L. C., "Consumer Credit Analysis," *Management Finance*, Vol. 9, No. 1, 1983, pp.27-33.
- [23] Gardner, M. J. and Mills, D. L., "Evaluating the Likelihood of Default on Delinquency Loans," *Financial Management*, Vol. 18, No. 1, 1989, pp.55-63.
- [24] Grablowsky, B. J. and Talley, W. K., "Probit and Discriminant Functions for Classifying Credit Applicants; a Comparison," *Journal of Economics and Business*, Vol. 33, No.2, 1981,

pp. 254-261.

- [25] Green, J. and Shoven, J. B., "The Effects of Interest Rates on Mortgage Prepayments," *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 18, No. 1, 1986, pp.41-59.
- [26] Green, R. K. and LaCour-Little, M., "Some Truths about Ostriches: Who Doesn't Prepay Their Mortgages and Why They Don't," *Journal of Housing Economics*, Vol. 8, No. 3, 1999, pp.233-248.
- [27] Herzog, J. P. and Earley, J. S., *Home Mortgage Delinquency and Foreclosure*, New York: National Bureau of Economic Research, 1970.
- [28] Ingram, F. J. and Frazier, E. L., "Alternative Multivariate Tests in Limited Dependent Variable Models: An Empirical Assessment," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.17, No. 2, 1982, pp.227-240.
- [29] Izan, H. Y., "Corporate Distress in Australia," *Journal of Banking and Finance*, Vol. 8, 1984, pp.303-320.
- [30] Lawrence, E. C. and Arshadi, N., "A Multinomial Logit Analysis of Problem Loan Resolution Choices in Banking," *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 27, No. 1, 1995, pp.202-216.
- [31] Lawrence, E. C., Smith, L. D. and Rhoades, M., "An Analysis of Default Risk in Mobile Home Credit," *Journal of Banking and Finance*, Vol. 16, 1992, pp.299-312.
- [32] Lin, C. T. and Chen, L. H., "A Grey Analysis of Bank Re-decreasing the Required Reserve Ratio," *The Journal of Grey System*, Vol. 11, No. 2, 1999, pp.119-132.
- [33] Lin, C. T. and Yang, S. Y., "Selection of Home Mortgage Loans Using Grey Relational Analysis," *The Journal of Grey System*, Vol. 11, No.4, 1999, pp.359-368.
- [34] Lin, C. T. and Yang, S. Y., "Abnormal Payment of Home Mortgages in Taiwan," *Pan Pacific Management Review*, Vol. 3, No. 3, 2000, pp.323-337.
- [35] Lundy, M., "Cluster Analysis in Credit Scoring," In *Credit Scoring and Credit Control*, Thomas, L. C., Crook, J. N. and Edelman, D.B., (Eds), Oxford: Clarendon Press, 1992, pp.91-107.
- [36] Martin, D., "Early Warning of Bank Failure: A Logit Regression Approach," *Journal of Banking and Finance*, Vol. 1, 1977, pp.249-276.
- [37] Merton, R. C., "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates," *Journal of Finance*, Vol. 29, No. 2, 1974, pp.449-470.
- [38] Platt, H. D. and Platt, M. B., "A Linear Programming Approach to Bond Portfolio Selection," *Economic Financial Computing*, 1991, pp.71-84.
- [39] Quercia, R. G. and Stegman, M. A., "Residential Mortgage Default: A Review of the Literature," *Journal of Housing Research*, Vol. 3, 1992, pp.341-379.
- [40] Quigley, J. M. and Van Order, R., "Explicit Tests of Contingent Claims Models of Mortgage Default," *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, Vol. 11, No. 2, 1995, pp.99-117.

- [41] Savery, B. A., "Numerical Points Systems in Credit Screening," *Management Decision*, Vol. 15, 1977, pp.36-50.
- [42] Smith, L. D. and Lawrence, E. C., "Forecasting Losses on a Liquidating Long-term Loan Portfolio," *Journal of Banking and Finance*, Vol.19, 1995, pp.959-985.
- [43] Smith, L. D., Sanchez, S. M. and Lawrence, E. C., "A Comprehensive Model for Managing Credit Risk on Home Mortgage Portfolios," *Decision Sciences*, Vol. 27, No.2, 1996, pp. 291-317.
- [44] Smith, P. F., "Measuring Risk on Consumer Installment Credit," *Management Science*, Vol. 11, 1964, pp.327-340.
- [45] Srinivasan, V. and Kim, Y. H., "Credit Granting: A Comparative Analysis of Classification Procedures," *Journal of Finance*, Vol. 42, 1987, pp.665-683.
- [46] Thomas, L. C., "Methodologies for Classifying Applicants for Credit," In *Statistics in Finance*, David J. Hand and Saul D. Jacka (Eds), New York: John Wiley & Sons Press, 1998, pp. 83-103.
- [47] Thomson, T. A., "A Metropolitan Analysis of Mortgage Loan Default," *Journal of Finance*, Vol. 49, No. 3, 1994, pp.1097-1098.
- [48] Vandell, K. D. and Thibodeau, T., "Estimation of Mortgage Defaults Using Disaggregate Loan History Data," *Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association*, Vol. 13, No. 3, 1985, pp. 292-316.
- [49] Von Furstenberg, G. M. and Green, R. J., "Home Mortgage Delinquencies: A Cohort Analysis," *Journal of Finance*, Vol. 29, 1974, pp.1545-1548.
- [50] Wu, J. H. and Chen, C. B., "An Alternative Form for Grey Correlative Grades," *The Journal of Grey System*, Vol. 11, No. 1, 1999, pp.7-12.

計畫成果自評

本研究目的為提出房貸證券評選與評價模式，以協助金融機構房貸證券發行部門的經理人，對即將發行之房貸證券進行合理的評價。本研究內容與原計畫十分相符，且達成預定完成之目標，唯一的缺憾是房貸證券遲遲未發行，未有實例加以驗證，待後續研究持續努力。

房貸證券在我國即將發行，對於房貸證券之相關研究付之闕如，全面移植國外之經驗來評價房貸證券，恐怕價格有所失真。因此，我們有必要依據國內房貸戶之還款情形，來評價我國房貸證券之價值。此一研究可使學術界在房貸證券相關問題上有進一步的瞭解；同時對於我國發展房貸證券市場也有很大的貢獻。此外研究成果必可發表於國內外著名期刊。